

4. Entscheidungen bei Ungewissheit



- 4.1 Charakterisierung der Entscheidungssituation bei Ungewissheit
- 4.2 Entscheidungsregeln bei Ungewissheit
- 4.3 Beurteilung der Entscheidungsregeln

4.1 Charakterisierung der Entscheidungssituation bei Ungewissheit – Allgemein



Ungewissheit liegt vor, wenn den eintretenden Zuständen und / oder den Konsequenzen von Aktionen keine Wahrscheinlichkeiten zugeordnet werden können (hier: Konzentration auf unsichere Zustände).

Kriterien:

- Keine Vergangenheitserfahrungen ✓
- Keine Möglichkeit eine ausreichend große Stichprobe zu generieren, mit deren Hilfe sich eine Wahrscheinlichkeitsverteilung herleiten lässt

Beispiele:

- Atomkraftwerke ✓
- Einführung eines völlig neuen Produkts ✓
- Versicherungssituation bei einem neu entwickelten Großraum-Jet ✓

4.1 Charakterisierung der Entscheidungssituation bei Ungewissheit – Dominanzkriterien I



1. Absolute Dominanz: ✓

Wenn Aktion 1 die Aktion 2 absolut dominiert gilt:

$$\min_j \{u_{1j}\} \geq \max_j \{u_{2j}\}$$

$$u_{1j} \neq u_{2j} \quad \text{für mindestens ein } j$$

2. Zustandsdominanz (Effizienz): ✓

Wenn Aktion 1 die Aktion 2 dominiert gilt:

$$u_{1j} \geq u_{2j} \quad \text{für alle } j$$

$$u_{1j} > u_{2j} \quad \text{für mindestens ein } j$$

4.1 Charakterisierung der Entscheidungssituation bei Ungewissheit – Dominanzkriterien II



Beispiel:

	z_1	z_2	z_3	z_4
a_1	10	20	15	0
a_2	25	20	40	30
a_3	30	10	10	20
a_4	30	15	15	20

$$\begin{array}{cc} \min \{u_{1j}\} & \max \{u_{2j}\} \\ 0 & 20 \\ 20 & 40 \\ 10 & 30 \\ 15 & 30 \end{array}$$

⇒ Aktion 2 dominiert Aktion 1 absolut

⇒ Aktion 4 dominiert Aktion 3 (Zustandsdominanz)

$$\max a_1 \leq \min a_2$$

4.2 Entscheidungsregeln bei Ungewissheit – Übersicht

1. Maximin-Regel (auch: Wald-Regel) → schlechteste Ausprägung in jeder Zeile finden 10, 25, 20
2. Maximax-Regel (Optimismus-Regel)
3. Hurwicz-Regel
4. Laplace-Regel
5. Savage-Niehans-Regel
6. Regeln auf der Basis von Bedauernswerten
7. Regeln auf der Basis von Frohlockenswerten

Beispiel für alle Regeln:

	z_1	z_2	z_3	z_4
a_1	20	10	60	30
a_2	25	25	25	25
a_3	20	40	30	20

$\min_i(u_{ij})$

10
25
20

max = 25
⇒ Aktion 2
in der Best.

max $\emptyset$

60
25
40

Aktion 1 ist
die Beste

4.2 Entscheidungsregeln bei Ungewissheit – Maximin-Regel (Wald-Regel)

Maximin spiegelt eine äußerst pessimistische Grundhaltung wider, da bei jeder Aktion nur der schlechtestmögliche Zustand in die Aktionenbewertung einfließt:

$$\Phi(a_i) = \min_j \{u_{ij}\}$$

Entscheidungsregel:

Wähle die Aktion, für die gilt: $\max_i \Phi(a_i) = \max_i \min_j \{u_{ij}\}$

Bsp.: Aktion 2 würde präferiert

Beurteilung:

- Unsinnige Resultate sind möglich
- Widerspruch zu empirisch beobachtbarem Verhalten, z.B. bei Lotterien
- Nur ein geringer Teil der Informationen wird berücksichtigt

Maximin Regel

	z_1	z_2	...	z_{1000}
a_1	0,999	100		100
a_2	1	1		1

hier liegt eine "unwissenentscheidung" vor da Akt. 2 gewählt wird

Unwissenaktion min

	z_1	z_2	min
a_1	10	1000000	10
a_2	11	15	11

- Normal wird Aktion 2 gewählt
- Mal aber Aktion 1

Unwissenaktion max

	z_1	z_2
a_1	0	-1000000
a_2	-10	-1

→ Bsp. Schadensfall
Betrag muss bezahlt
werden
(Selbstbeteiligung)

4.2 Entscheidungsregeln bei Ungewissheit – Maximax-Regel (Optimismus-Regel)



Maximax spiegelt eine äußerst optimistische Grundhaltung wider, da bei jeder Aktion nur der bestmögliche Zustand in die Aktionenbewertung einfließt:

$$\Phi(a_i) = \max_j \{u_{ij}\}$$

Entscheidungsregel:

Wähle die Aktion, für die gilt: $\max_i \Phi(a_i) = \max_i \max_j \{u_{ij}\}$

Bsp.: Aktion 1 würde präferiert

Beurteilung:

- Unsinnige Resultate sind möglich
- Widerspruch zu empirisch beobachtbarem Verhalten, z.B. in der Versicherungsbranche
- Nur ein geringer Teil der Informationen wird berücksichtigt

$j = \text{Zeile}$
 $i = \text{Spalte}$



4.2 Entscheidungsregeln bei Ungewissheit – Hurwicz-Regel



Die Hurwicz-Regel spiegelt einen Kompromiss zwischen der Maximin- und der Maximax-Regel wider (Voraussetzung: Nutzen ist kardinal messbar):

$$\Phi(a_i) = \lambda \cdot \max_j \{u_{ij}\} + (1 - \lambda) \cdot \min_j \{u_{ij}\} \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

sicherer Gewinn max suchen $\leftarrow j$

$j \rightarrow$ überall Zinsen min suchen

λ wird festgelegt in der Aufgabenstellung

Entscheidungsregel:

Wähle die Aktion, für die gilt: $\max_i \Phi(a_i) = \max_i \left\{ \lambda \cdot \max_j \{u_{ij}\} + (1 - \lambda) \cdot \min_j \{u_{ij}\} \right\}$

Bsp.: Aktion 2 ($0 \leq \lambda \leq 0,25$), Aktion 3 ($0,25 \leq \lambda \leq 0,33$), Aktion 1 ($0,33 \leq \lambda \leq 1$)

Beurteilung:

- Unsinnige Resultate sind möglich
- Orientierung an nur zwei Ergebnissen (dem besten und dem schlechtesten Ergebnis) berücksichtigt nur einen Teil der verfügbaren Informationen

OB

Maximax Regel

	z_1	z_2	...	z_{1000}
a_1	100	0		0
a_2	99	99		99

← auch minimax Erwartung, da kein ALL. gewählt wird

Hurwicz Regel Ergebnis bei $\lambda = 0,5$

35
25
30
→ a_1 wird gewählt

Hurwicz → minimax ALL.

	z_1	z_2	z_3	...	z_{100}
a_1	0	1	1		1
a_2	1	0	0		0

Diagram showing a 2x2 submatrix for z_1, z_2 and a_1, a_2 . Arrows indicate the selection of a_1 for z_1 and a_2 for z_2 . A label $(1-\lambda)$ is near the bottom right of the submatrix.

Es wird nur die max und die min. Regel herangezogen
(nur 2 Werte) alle anderen Zustände werden
nicht beachtet

bist A -
Vorgehens-
weise in
Spieltheorie

nicht beachtet

→ nicht beachtet

4.2 Entscheidungsregeln bei Ungewissheit – Laplace-Regel (Prinzip vom unzureichenden Grund)



Da keinem der Umweltzustände eine Wahrscheinlichkeit zugeordnet werden kann, werden alle Zustände als gleich wahrscheinlich angesehen (Voraussetzung: Nutzen ist kardinal messbar). Dann gilt:

$$\Phi(a_i) = \sum_{j=1}^n u_{ij} \quad \text{bzw.} \quad \Phi(a_i) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n u_{ij}$$

*man summiert die
Zeilen und nimmt
den höchsten Wert
siehe Bsp.:*

Entscheidungsregel:

Wähle die Aktion, für die gilt:

$$\max_i \Phi(a_i) = \max_i \left\{ \sum_{j=1}^n u_{ij} \right\}$$

Bsp.: $\Phi(a_1) = 120$; $\Phi(a_2) = 100$; $\Phi(a_3) = 110 \Rightarrow$ Aktion 1 wird gewählt

Beurteilung:

- Rangfolge kann sich durch Einführung eines neuen Zustands ändern
- Laplace-Regel entspricht der Maximierung des Nutzenmittelwerts
- Liegt ein Bernoulli-Nutzen zugrunde, so fallen Laplace-Regel, Bayes-Regel und Bernoulli-Prinzip zusammen

4.2 Entscheidungsregeln bei Ungewissheit – Savage-Niehans-Regel (Prinzip des kleinsten Bedauerns) I



Vorgehen:

1. Aufstellung der Opportunitätskostenmatrix

$$s_{ij} = \max_k \{u_{kj} - u_{ij}\} = \max_k \{u_{kj}\} - u_{ij}$$

S = Schadenwert (Opportunitätskostenwert)

2. Ermittlung der Gütemaße

$$\Phi(a_i) = \max_j \{s_{ij}\} = \max_j \left\{ \max_k \{u_{kj}\} - u_{ij} \right\}$$

3. Wahl der Aktion, die das kleinste größtmögliche Bedauern mit sich bringt:

$$\min_i \{\Phi(a_i)\} = \min_i \left\{ \max_j \{s_{ij}\} \right\}$$

$\Rightarrow$ Relativierende Beurteilung der Ergebnismöglichkeiten bei pessimistischer Grundhaltung

4.2 Entscheidungsregeln bei Ungewissheit – Savage-Niehans-Regel (Prinzip des kleinsten Bedauerns) II



Ausgangsmatrix: u_{ij}

	z_1	z_2	z_3	z_4
a_1	20	10	60	30
a_2	25	25	25	25
a_3	20	40	30	20

⇒

Opportunitätskostenmatrix: s_{ij}

	z_1	z_2	z_3	z_4
a_1	5	30	0	0
a_2	0	15	35	5
a_3	5	0	30	10

Gütemaße: $\Phi(a_1) = 30$; $\Phi(a_2) = 35$; $\Phi(a_3) = 30$ ⇒ Aktionen 1 und 3 sind gleichwertig

gleichwertig

Möglichkeit: Wahl von Aktion 1, da hier das zweithöchste Bedauern mit 5 niedriger ist als bei Aktion 3 mit 10

4.2 Entscheidungsregeln bei Ungewissheit – Regeln auf der Basis von Bedauernswerten I



a. Minimiere das minimale Bedauern:

$$\Phi(a_i) = \min_j \{s_{ij}\} = \min_j \{ \max_k \{u_{kj}\} - u_{ij} \}$$

(Opportunitätskostenmatrix aufstellen)

Wähle die Aktion, die $\min_i \{ \Phi(a_i) \} = \min_i \{ \min_j \{s_{ij}\} \}$ erfüllt.

(Minimale Werte raussuchen)

b. Minimiere die gewichtete Summe aus maximalem und minimalem Bedauern:

$$\min_i \{ \Phi(a_i) \} = \min_i \{ \lambda \cdot \min_j \{s_{ij}\} + (1-\lambda) \cdot \max_j \{s_{ij}\} \}$$

0,4483

c. Minimiere das Durchschnittsbedauern (entspricht Laplace-Regel):

$$\min_i \{ \Phi(a_i) \} = \min_i \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n s_{ij} \right\}$$

Man nimmt den max. Wert aus Spalte 1: 25

$\overbrace{25 - 20}^{z_1} = 5$

$25 - 25 = 0$

$25 - 20 = 5$

$\overbrace{40 - 10}^{z_2} = 30$

$40 - 25 = 15$

$40 - 40 = 0$

z_3

z_4

...

...

4.2 Entscheidungsregeln bei Ungewissheit – Regeln auf der Basis von Bedauernswerten II



Opportunitätskostenmatrix:

	z_1	z_2	z_3	z_4
a_1	5	30	0	0
a_2	0	15	35	5
a_3	5	0	30	10

a. Alle drei Aktionen sind gleichwertig! (alle 0) ✓

b. $\lambda = 0,5 \Rightarrow$ Aktionen 1 und 3 sind gleichwertig! ✓

c. Aktion 1 ist auszuwählen! ✓

b) $a_1: 15$
 $a_2: 17,5$
 $a_3: 15$

c) $35:4 = 8,75 \leftarrow \text{Aktion 1}$
 $55:4 = 13,75$
 $45:4 = 11,25$

4.2 Entscheidungsregeln bei Ungewissheit – Regeln auf der Basis von Frohlockenswerten I



Frohlockensmatrix: $\tilde{s}_{ij} = \min_k \{u_{ij} - u_{kj}\} = u_{ij} - \min_k \{u_{kj}\}$

a. Maximiere das minimale Frohlocken:

$$\Phi(a_i) = \min_j \{\tilde{s}_{ij}\} = \min_j \left\{ u_{ij} - \min_k \{u_{kj}\} \right\}$$

Wähle die Aktion, die $\max_i \{\Phi(a_i)\} = \max_i \left\{ \min_j \{\tilde{s}_{ij}\} \right\}$ erfüllt.

b. Maximiere das maximale Frohlocken:

$$\max_i \{\Phi(a_i)\} = \max_i \left\{ \max_j \{\tilde{s}_{ij}\} \right\}$$

c. Maximiere die gewichtete Summe aus maximalem und minimalem Frohlocken:

$$\max_i \{\Phi(a_i)\} = \max_i \left\{ \lambda \cdot \min_j \{\tilde{s}_{ij}\} + (1 - \lambda) \cdot \max_j \{\tilde{s}_{ij}\} \right\}$$

Frohlockenmatrix aufstellen

Maximalen Wert aus dem min. herausnehmen

Minimiere minimalen Bedauern

1.  opp.

2.  alle Zeilen min abbrechen $\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$

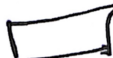
3.  Spalte min 0

→ alle 3 Aktionen passen auf Spalte (min)

Minimiere die gew. Summe aus max. und min. Bedauern

1.  opp.

2a)  min

2b)  max

3. $\lambda \text{ min} + (1-\lambda) \text{ max}$

4.  min

$$\textcircled{15} (30 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0) = 15$$

15

$\textcircled{15} \rightarrow$ Minausprägung

4.2 Entscheidungsregeln bei Ungewissheit – Regeln auf der Basis von Frohlockenswerten II



Ausgangsmatrix:

	z_1	z_2	z_3	z_4
a_1	20	10	60	30
a_2	25	25	25	25
a_3	20	40	30	20

Frohlockensmatrix:

	z_1	z_2	z_3	z_4
a_1	0	0	35	10
a_2	5	15	0	5
a_3	0	30	5	0

- Alle drei Aktionen sind gleichwertig!
- Aktion 1 ist auszuwählen!
- $\lambda = 0,5 \Rightarrow$ Aktion 1 ist auszuwählen!

Spalte 1:
min finden
und max von
den werfen
abzeichen
 $20 - 20 = 0$
 $25 - 20 = 5$
 $20 - 20 = 0$
Frohlockenwert
"0"
"5"
"0"

(Sist der
Wahrscheinl
alle haben 20, ich 25
mehr)

Regeln auf der Basis von Frohlockenswerten sind nicht weit verbreitet und spiegeln eine eher optimistische Grundhaltung wider!

$$a_1 = 35/2 = 17,5$$

$$a_2 = 15/2 = 7,5$$

$$a_3 = 30/2 = 15$$

4.3 Beurteilung der Entscheidungsregeln – Forderungen von Milnor (1954)



Forderung 1: Die Aktionen werden in eine vollständige und transitive Rangordnung gebracht.

Forderung 2: Die Rangordnung ist unabhängig von der Nummerierung der Aktionen und Zustände.

Forderung 3: Dominiert die Aktion a_k die Aktion a_i strikt, so wird a_k gegenüber a_i präferiert.

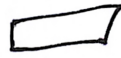
Forderung 4: Die Rangordnung zwischen bisher berücksichtigten Aktionen wird durch das Hinzufügen neuer Aktionen nicht verändert.

Forderung 5: Die Rangordnung zwischen den Aktionen wird dadurch nicht geändert, dass in irgendeiner Spalte der Entscheidungsmatrix zu jedem Spaltenelement dieselbe Konstante addiert wird.

Forderung 6: Die Rangordnung zwischen den Aktionen wird durch Verdopplung einer Spalte der Entscheidungsmatrix nicht verändert.

eine Spalte wird zwei mal hinzugefügt

a) Maximiere das minimale Frodochen

1.  F Frodochenmatrix anstellen
2.  min
3.  max $\begin{matrix} 0 \\ 8 \end{matrix}$

b) Maximale Frodochen maximieren

1.  F
2.  max. $\begin{matrix} 35 \\ 15 \\ 30 \end{matrix}$
3.  $\begin{matrix} 35 \\ 15 \\ 30 \end{matrix}$

c) Max gewichtete (Σ) Summe

1.  F
- 2a.  min
- 2b.  max
3. $2 \min + (1 - \lambda) \max$
4.  max $\begin{matrix} 12,5 \\ 21,5 \\ 15 \end{matrix}$
- Zeilenweise Untersuchung nach min max

Einige Beispiele sind hier dargestellt

4.3 Beurteilung der Entscheidungsregeln – Sätze



Satz 1: Es gibt keine Entscheidungsregel, die gleichzeitig die Forderungen 1 bis 6 erfüllt.

Satz 2: Die Laplace-Regel ist (bis auf streng monoton wachsende Transformation) die einzige Entscheidungsregel, die gleichzeitig die Forderungen 1 bis 5 erfüllt.

	Maximin	Maximax	Hurwicz	Laplace	Savage-Niehans
F1	ja	ja	ja	ja	ja
F2	ja	ja	ja	ja	ja
F3	ja	ja	ja	ja	ja
F4	ja	ja	ja	ja	nein
F5	nein	nein	nein	(ja) <i>nein</i>	ja
F6	nein	ja	nein	nein	ja

4.3 Beurteilung der Entscheidungsregeln – Fazit



- Die präskriptive Entscheidungstheorie kann nur eine Vielzahl von Regeln anbieten, die Auswahl muss der Entscheidungsträger entsprechend seiner Präferenzen treffen.
- Die Entscheidung für eine Regel umfasst auch die Entscheidung, welche der vorhandenen Regeln genutzt werden sollen bzw. auf welche Informationen verzichtet werden soll.
- Um unsinnige Entscheidungen zu vermeiden, sollte die letztliche Auswahl einer Aktion in jedem Fall einer kritischen Review unterzogen werden.

Allgemein:

→ Ungewissheit liegt vor, wenn den einbelebten Zuständen und/oder den Konsequenzen von Aktionen keine Wahrscheinlichkeiten zugeordnet werden können.
(hier: Konzentration auf unsichere Zustände)

Kriterien:

- Keine Vergangenheitsüberlegungen
- Keine Möglichkeit eine ausreichend große Stichprobe zu generieren, mit deren Hilfe sich die Wahrscheinlichkeitsverteilung beurteilen lässt.

Beispiele:

- Atomkraftwerke
- Einführung eines völlig neuen Produkts
- Versicherungsaktion bei einem neu entwickelten Unfallschutz.

Dominanzkriterien:

1. Absolute Dominanz:

Wenn Aktion 1 die Aktion 2 absolut dominiert

$$\min_j \{u_{1j}\} \geq \max_j \{u_{2j}\}$$

$$u_{1j} \neq u_{2j} \quad \text{für mindestens ein } j$$

2. Zustandsdominanz (Effizienz):

Wenn Aktion 1 die Aktion 2 dominiert

$$u_{1j} \geq u_{2j} \quad \text{für alle } j$$

$$u_{1j} > u_{2j} \quad \text{für mindestens ein } j$$

Maximin - Regel (Wald - Regel)

Maximin spiegelt eine äußerst pessimistische Grundhaltung wieder, da bei jeder Aktion nur der schlechtestmögliche Zustand in die Aktionsbewertung einfließt

$$\Phi(a_i) = \min_j \{u_{ij}\}$$

Entscheidungsregel:

Wähle die Aktion, für die gilt: $\max_i \Phi(a_i) = \max_i \min_j \{u_{ij}\}$

Bewertung:

- Unsinnige Resultate sind möglich
- Widerspruch zu empirisch beobachtbarem Verhalten, z.B. bei Lotterien
- Nur ein geringer Teil der Informationen wird berücksichtigt.

Maximax Regel (Optimismus - Regel)

Maximax spiegelt eine äußerst optimistische Grundhaltung wieder, da bei jeder Aktion nur der bestmögliche Zustand in die Aktionsbewertung einfließt:

$$\Phi(a_i) = \max_j \{u_{ij}\}$$

Entscheidungsregel:

Wähle die Aktion, für die gilt: $\max_i \Phi(a_i) = \max_i \max_j \{u_{ij}\}$

Bewertung:

- Unsinnige Resultate sind möglich
- Widerspruch zu empirisch beobachtbarem Verhalten, z.B. in der Versicherungsbranche
- Nur ein geringer Teil der Informationen wird berücksichtigt

Hurwicz-Regel

③

Die Hurwicz-Regel spiegelt einen Kompromiss zwischen der Maximin- und der Maximax-Regel wieder (Voraussetzung: Nutzen ist kardinal messbar)

$$\Phi(a_i) = \alpha \cdot \max_j \{u_{ij}\} + (1-\alpha) \cdot \min_j \{u_{ij}\} \quad \text{mit } 0 \leq \alpha \leq 1$$

↓
wird in der
Aufgabenstellung
festgelegt.

Entscheidungsregel:

Wähle die Aktion, für die gilt:

$$\max_i \Phi(a_i) = \max_i \left\{ \alpha \max_j \{u_{ij}\} + (1-\alpha) \cdot \min_j \{u_{ij}\} \right\}$$

Bewertung:

- Unsinnige Resultate sind möglich
- Orientierung an nur zwei Ergebnissen (dem besten und dem schlechtesten Ergebnis) berücksichtigt nur ein Teil der verfügbaren Informationen

Laplace-Regel

Da kein Prior der Umweltzustände einer Wahrscheinlichkeit zugeordnet werden kann, werden alle Zustände als gleich wahrscheinlich angesehen (Voraussetzung: Nutzen ist kardinal messbar)

$$\text{Dann gilt: } \Phi(a_i) = \sum_{j=1}^n u_{ij} \quad \text{bzw.} \quad \Phi(a_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n u_{ij}$$

Entscheidungsregel:

Wähle die Aktion, für die gilt: $\max_i \Phi(a_i) = \max_i \left\{ \sum_{j=1}^n u_{ij} \right\}$

Savage-Miehans-Regel (Prinzip des kleinsten Bedauerns)

Vorgehen:

1. Aufstellung der Opportunitätskostenmatrix

$$s_{ij} = \max_k \{ u_{kj} - u_{ij} \} = \max_k \{ u_{kj} \} - u_{ij}$$

2. Ermittlung der Gütemaße

$$\Phi(a_i) = \max_j \{ s_{ij} \} = \max_j \{ \max_k \{ u_{kj} \} - u_{ij} \}$$

3. Wahl der Aktion, die das kleinste größtmögliche Bedauern mit sich bringt

$$\min_i \{ \Phi(a_i) \} = \min_i \{ \max_j \{ s_{ij} \} \}$$

→ Relativierende Beurteilung der Entscheidungsmöglichkeiten bei pessimistischer Grundhaltung

Regeln auf der Basis von Bedauernswerten

a. Minimiere das maximale Bedauern:

$$\Phi(a_i) = \min_j \{ s_{ij} \} = \min_j \{ \max_k \{ u_{kj} \} - u_{ij} \}$$

Wähle die Aktion, die $\min_i \{ \Phi(a_i) \} = \min_i \{ \min_j \{ s_{ij} \} \}$ erfüllt

b. Minimiere die gewichtete Summe aus maximalem und minimalem Bedauern:

$$\min_i \{ \Phi(a_i) \} = \min_i \{ \lambda \min_j \{ s_{ij} \} + (1 - \lambda) \max_j \{ s_{ij} \} \}$$

c. Minimiere das Durchschnittsbedauern

$$\min_i \{ \Phi(a_i) \} = \min_i \{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n s_{ij} \}$$

Minimiere minimales Bedauern:

5

1.  opp. Matrix ermitteln
2.  alle Zeilen min. absuchen $\circ$
3.  Spalte min $\circ$

→ alle 3 Aktionen passen auf Spalte (min)

Minimiere die gew. Summe aus max. und min. Bedauern

1.  opp. Matrix ermitteln
- 2a  alle Zeilen min absuchen
- 2b  alle Zeilen max absuchen
3. $2 \text{ min} + (1-2) \text{ max}$
4.   min $30 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0 = 15$

→ Entscheidungsregeln bei Ungewissheit → **Frohlochensavere**

Frohlochensmatrix: $\tilde{s}_{ij} = \min \{u_{ij} - u_{kj}\} = u_{ij} - \min_k \{u_{kj}\}$

a. Maximiere das minimale Frohlochen:

$$\Phi(a_i) = \min_j \{ \tilde{s}_{ij} \} = \min_j \{ u_{ij} - \min_k \{ u_{kj} \} \}$$

Wähle die Aktion, die $\max_i \{ \Phi(a_i) \} = \max_i \{ \min_j \{ \tilde{s}_{ij} \} \}$ erfüllt.

b. Maximiere das maximale Frohlochen

$$\max_i \{ \Phi(a_i) \} = \max_i \{ \max_j \{ \tilde{s}_{ij} \} \}$$

c. Maximiere die gewichtete Summe aus maximalem und minimalem Ertrahmen

$$\max_i \{ \phi(a_i) \} = \max_i \{ \alpha \min_j \{ \tilde{s}_{ij} \} + (1-\alpha) \cdot \max_j \{ \tilde{s}_{ij} \} \}$$

Beurteilung der Entscheidungskregeln - Forderungen von Miller (1954)

- Forderung 1: Die Aktionen werden in eine vollständige und transitive Rangordnung gebracht
- Forderung 2: Die Rangordnung ist unabhängig von der Nummerierung der Aktionen und Zustände
- Forderung 3: Dominiert die Aktion a_k die Aktion a_i nicht, so wird a_k gegenüber a_i präferiert.
- Forderung 4: Die Rangordnung zwischen bisher berücksichtigten Aktionen wird durch das Hinzufügen neuer Aktionen nicht verändert.
- Forderung 5: Die Rangordnung zwischen den Aktionen wird dadurch nicht geändert, dass in irgendeiner Spalte der Entscheidungsmatrix zu jedem Spaltenelement dieselbe Konstante addiert wird.
- Forderung 6: Die Rangordnung zwischen den Aktionen wird durch Verdopplung einer Spalte der Entscheidungsmatrix nicht verändert.

Satz 1: Es gibt keine Entscheidungskregel, die gleichzeitig die Forderungen 1 bis 6 erfüllt

Satz 2: Die Laplace Regel ist (bis auf) Abzug monoton wachsende Transformation die einzige Entscheidungskregel, die gleichzeitig die Forderungen 1 bis 5 erfüllt.

Beurteilung der Entscheidungstheorien - Fazit

- Die präskriptive Entscheidungstheorie kann nur eine Hilfestellung von Regeln anbieten, die Auswahl muss der Entscheidungsträger entsprechend seiner Präferenzen treffen.
- Die Entscheidung für eine Regel umfasst auch die Entscheidung, welche der vorhandenen Regeln genutzt werden sollen bzw. auf welche Informationen verzichtet werden soll.
- Um unsinnige Entscheidungen zu vermeiden, sollte die letzte Auswahl einer Aktion in jedem Fall einer kritischen Prüfung unterzogen werden.

→ Die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten der relevanten Umweltzustände sind unbekannt.

→ Wald Regel:

$$\Phi(a_i) = \min_j u_{ij}$$

$$\Phi(a_n) = \max_i \min_j u_{ij}$$

	z_1	z_2	...	z_{1000}	$\min(u_{ij})$
a_1	0,999	1000		1000	0,999
a_2	1	1		1	1

$$\Phi(a_n) = \underline{\underline{1}}$$

(unsinnige Entscheidung)

→ Maximax Regel:

$$\max_i \Phi(a_i) = \max_i \max_j \{u_{ij}\}$$

	z_1	z_2	...	z_{1000}	$\max(u_{ij})$
a_1	100	0		0	100
a_2	99	99		99	99

$$\Phi(a_n) = 100$$

(unsinnige Entscheidung)

→ Kurwicz Regel:

$$\max_i \Phi(a_i) = \max_i \left\{ \alpha \cdot \max_j \{u_{ij}\} + (1-\alpha) \cdot \min_j \{u_{ij}\} \right\}$$

→ unsinnige Resultate sind möglich

→ α man bekannt sein.

→ Laplace Regel:

$$\Phi(a_i) = \sum_{j=1}^n u_{ij}$$

$$\max_i \Phi(a_i) = \max_i \left\{ \sum_{j=1}^n u_{ij} \right\}$$

→ Savage Nichols - Regel

1) Opportunitätskostenmatrix aufstellen

2) Ermittlung der Gütemaße

3) Wahl der Aktion, die das kleinste größtmögliche Bedauern mit sich bringt.