

Höhere Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I1. Grundbegriffe1.1 Aussagen u. Aussageformen

Def. 1.1.1 Eine Aussage ist ein aus Wörtern od. math. Zeichen (od. beidem) aufgebautes sprachl. Gebilde, bei dem es sinnvoll ist zu sagen, es sei entweder wahr oder falsch (Zweiwertigkeitsprinzip),

Bem.: als Variable benutzt man gr. lat. Buchstaben

Bsp A: Aussage $\rightarrow$ Die Erde ist ein Planet

B: Ebenholz ist weiss

C: Nachts ist es kälter als draussen

D: 13 ist eine Glückszahl $\rightarrow$ keine Aussage (nicht)

E: 171 ist eine Primzahl

$\rightarrow$ Def: Eine Zahl heisst Primzahl wenn sie zwei Teiler hat!

$\rightarrow$ daher ist 1 keine Primzahl

$\rightarrow$ 2 ist eine Primzahl

F: $514 - 259 \neq 353$

G: Es gibt mehr als 10 000 Primzahlen

H: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\rightarrow$ keine Aussage
 $\rightarrow$ Aussageform

I: Ein Kreter sagt, alle Kreter lügen. $\rightarrow$ keine Aussage

1 ist Teiler von 4

2 - n -

3 - n -

4 - n -

5 - n -

alle die gleiche Form

Aussagen: $\square$ ist Teil

Platzhalter

Solange ein Platzhalter vorhanden ist, ist dieser Satz keine Aussage

x ist Teiler von 4 $\rightarrow$ keine Aussage
↑
variable

1.2 Aussageform:

Aussageform in der Variable x heisst jedes sprachliches Gebilde das bei Ersetzen der Var. x aus der Grundmenge jeweils in eine Aussage übergeht

Bsp) $A(x)$: ~~x~~ liegt am Rhein $\rightarrow$ keine Aussage
Köln liegt am Rhein $\rightarrow$ eine Aussage

$B(x)$: x ist eine Primzahl $\mathbb{N}$

$C(x)$: $x^2 + 3 = 4x$ Menge $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

$C(1)$: $1^2 + 3 = 4 \rightarrow$ Lösung dieser quadr. Gleich.

(2) $2^2 + 3 = 8 \rightarrow f$

BSP H: $(a^2 + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \rightarrow$ ~~keine~~ allgemeingültige Aussage

$D(x, y)$: x ist Teiler von $x + y$

werden für x u. y Werte eingesetzt

$\rightarrow$ Aussage $\rightarrow$ 3 ist Teiler von $3 + 5 \rightarrow$ Aussage

$\rightarrow$ für gleiche Variable sind gleiche Elemente einzusetzen

! Aussage(n) sind wahr od. falsch

Aussageformen nicht !! $\rightarrow$ die Variable darf ersetzt werden

Durch Bündeln der Aussagen

1.1.3: Eine Aussageform heißt allgemeingültig, wenn bei jeder zulässigen Ersetzung der Variablen eine wahre Aussage entsteht, wenn bei mindestens einer (zulässigen) Festsetzung eine wahre Aussage entsteht

∧ All-Quantor (alle)

∃ Existenz-Quantor (ein Stück)

∧
x ∈ ℕ
Element N

B(x)

→ alle natürl. Zahlen sind Primzahlen
→ für alle x gilt

∧
a b

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

→ Aussage

↳ da a und b gebunden sind

$$T(x, y) = x+5 \text{ teilt } y$$

$$x, y \in \mathbb{N}$$

∧
x y

T(x, y) → für alle x und alle y gilt

$$\boxed{2+5 \nmid 3}$$

x+5 teilt y

↳ die Aussage ist falsch!

∃
x y

T(x, y) (zu einem x gibt es ein y, so dass gilt: x+5 teilt y)

$$\boxed{5+5 \mid 2}$$

∧
x y

¬T(x, y) (zu jedem x gibt es ein y, so dass gilt: x+5 teilt y)

→ wahre Aussage

$\forall$ $\exists$ $T(x, y)$ ~~$\forall$~~ ~~$\exists$~~ ~~$\neq$~~

! vertauscht man Quantoren oder Variablen, kann sich der Wahrheitswert ändern

Negation $\neg$ "nicht"

A	$\neg A$
w	f
f	w

Bsp: A im Korb sind 3 Äpfel

$\rightarrow$

"

nicht 3 Ä

$\hookrightarrow$ sagt nicht aus dass der Korb leer ist

Jaunktor

Konjunktion $\wedge$ "und"

A	B	$A \wedge B$
w	w	w
w	f	f
f	w	f
f	f	f

~~$A \wedge B$ hat genau dann den Wahrheitswert B, wenn A u. B wahr sind~~

Disjunktion $\vee$ „oder“

→ nicht entweder oder

		$A \vee B$
W	W	W
W	F	W
F	W	W
F	F	F

A od. B hat genau den Wahrheitswert F wenn
sowohl A als auch B den Wahrheitswert F haben