

Übungen zur Höheren Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

WS 2000/01

28 Für $a, b \in \mathbb{Q}$ sei definiert: $a * b := 0,1ab - 0,7a - 0,7b + 11,9$.

- a) Man zeige, daß $(\mathbb{Q}, *)$ eine Halbgruppe ist.
- b) Man untersuche $(\mathbb{Q}, *)$ auf neutrale Elemente.
- c) Es gibt ein $x \in \mathbb{Q}$ so, daß $(\mathbb{Q} \setminus \{x\}, *)$ eine Gruppe ist.
Man bestimme dieses x sowie für $y \in \mathbb{Q} \setminus \{x\}$ das inverse Element y^{-1} .

29 Bei einem Hausverkauf zu Beginn eines Jahres kann der Verkäufer unter folgenden Angeboten zweier Käufer wählen:

Käufer A: 200 000 DM sofort
200 000 DM nach 3 Jahren
100 000 DM nach weiteren 3 Jahren

Käufer B: 150 000 DM sofort
250 000 DM nach 4 Jahren
110 000 DM nach einem weiteren Jahr.

Zu welchem Angebot ist dem Verkäufer zu raten, wenn 5% bzw. 3% als Jahreszinssatz zugrunde gelegt werden?

30 Ein Vater hat 20 Jahre lang für seine Tochter jährlich vorschüssig 1600 DM eingezahlt. Zwei Jahre nach der letzten Einzahlung soll die Tochter die erste Auszahlung einer acht mal in jährlichen Abständen fälligen Rente erhalten, die zusammen mit einer Auszahlung in Höhe von 2000 DM, fällig zum Zeitpunkt der vierten dieser Rentenraten, genau durch die Einzahlungen finanziert werden soll. Wie hoch ist dann diese acht mal in gleicher Höhe fällige Rentenrate, (alle Zahlungstermine seien Jahreswechsel), wenn der Zinssatz 6% beträgt?

31 Herr Paff, der zum Jahreswechsel seinen 40. Geburtstag feiert, geht davon aus, daß er mit seinem 66. Geburtstag in Ruhestand treten wird und damit zu diesem Termin das letzte Mal eine bis dahin jährlich nachschüssig fällige Zahlung in Höhe von 20% seines im gesamten Zeitraum als konstant betrachteten jährlichen Einkommens zahlen wird. Außerdem wird er zum Zeitpunkt seines 50. und zum Zeitpunkt seines 60. Geburtstags jeweils noch das Doppelte dieses Jahreseinkommens einzahlen. Da er bis zum 40. Geburtstag studiert hat, hat er vorher keinerlei Zahlungen geleistet. Hieraus wird er ab seinem 67. Lebensjahr jährlich nachschüssig bis zu seinem Tod eine Rente in Höhe von $\frac{2}{3}$ seines Jahreseinkommens beziehen. Wie alt darf er höchstens werden, wenn die Rentenversicherungsgesellschaft dabei im Vorteil sein soll? (Für den gesamten Zeitraum: $p = 3\%$)

Abgabe: bis spätestens **Montag, 27.11.00, 14.00 Uhr** im Postfach „Höhere Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler“ im Raum H-C 5326 (AVZ, Ebene 5); nicht Postfach Prof. Dr. Fröhlich!

Bitte vermerken sie neben ihrem Namen auch ihre Gruppenzugehörigkeit bzw. -nummer!! Danke!!!

HB: 7408 20.12 10.01 24.01 31.01 11.02

Aufgabe 29

$$K_n = K_0 \cdot q^n$$

5% für A) $K_n = 200\,000 \cdot 1,05^6 = 268\,019,20$
 $+ \quad 200\,000 \cdot 1,05^3 = 231\,525,00$
 $+ \quad 100\,000,00$
599\,544,20

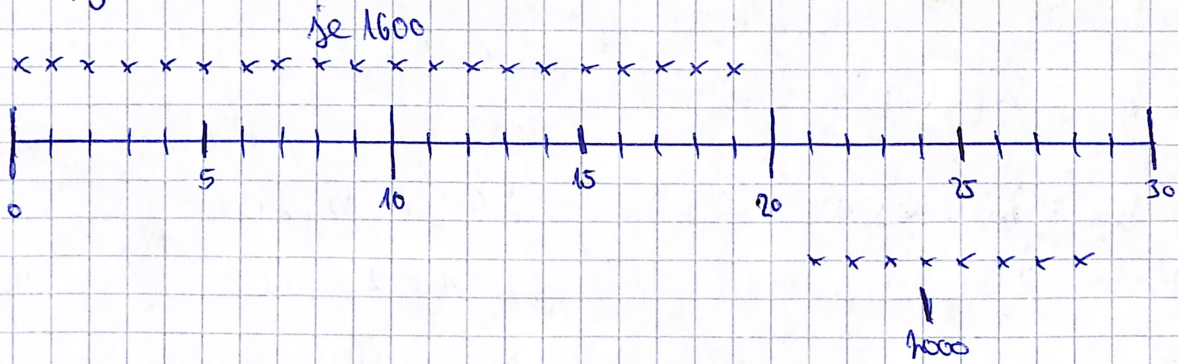
5% für B) $K_n = 150\,000 \cdot 1,05^5 = 191\,442,23$
 $250\,000 \cdot 1,05 = 262\,500,00$
 $110\,000 = 110\,000,00$
563\,942,23

3% für A) $K_n = 200\,000 \cdot 1,03^6 = 238\,810,45$
 $+ \quad 200\,000 \cdot 1,03^3 = 218\,545,40$
 $+ \quad 100\,000,00$
557\,355,86

B für 3% $K_n = 150\,000 \cdot 1,03^5 = 173\,891,11$
 $250\,000 \cdot 1,03 = 257\,500,00$
 $110\,000 = 110\,000,00$
541\,391,11

für beide (und alle anderen möglichen Zinssätze) ist dem Verkäufer zu Angebot A zu raten!

Aufgabe 30



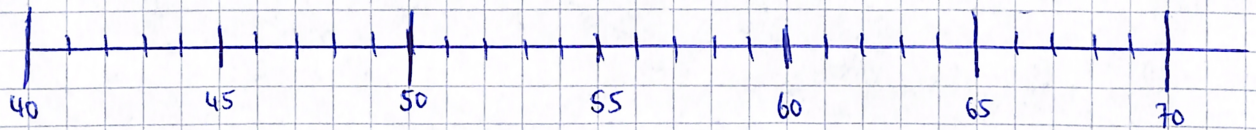
20 x 1600 €ll vorschüssig werden eingezahlt

8 x Auszahlung + 1 x Auszahlung im Jahre 24 2000,-

$$1600 \cdot 38,992727 = r \cdot 6,209794 + 2000 \cdot \frac{1}{1,06^4} \quad (0,792094)$$

Aufgabe 3.1

Wann ist die Rentenversicherung im Vorteil



Man setze:

Jahres einkommen = e

Zahlungen am 50. u. 60. Geburtstag $2e$

Rendenzahlungen $0,2e$

$$0,2e \cdot S_{26} + 2e q^{16} + 2e q^6 \geq \frac{2}{3} e a_n$$

$$0,3 S_{26} + 3q^{16} + 3q^6 \geq a_n$$

$$0,3 \cdot 38,553042 + 3(1,604706 + 1,194052) \geq a_n$$
$$19,9621866 \geq a_n$$

19,9621866 bei 3% / nachschüssigem
Rentenbarwertfaktor = 30

deshalb darf Herr Baff höchstens 96 Jahre alt werden, damit die Versicherung im Vorteil ist!

28) Halbgruppe

- $(M, *)$ wenn dies ein assoziatives Verknüpfungsgebilde ist

$$a, b \in \mathbb{Q} \rightarrow a * b = 0,1ab - 0,7a - 0,7b + 11,9$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \searrow \\ a, b, c \in \mathbb{M} \end{array} \quad (a * b) * c = a * (b * c)$$

1. Operand 2. Operand

$$\text{Sei } a, b, c \in \mathbb{Q} \quad (s = (0,1ab - 0,7a - 0,7b + 11,9) * c$$

=